

Géométrie au cycle 3

Fabien EMPRIN – Maître de Conférences - Directeur Adjoint chargé de la formation
CEREP- URCA - IUFM CA -

Plan de l'intervention

- ▶ **Les objets 3D :**
 - ▶ 1. Les solides : introduction
 - ▶ 2. Qu'est-ce que connaître un solide ?
 - ▶ 3. Connaître un solide par ses propriétés : Deviner un solide
 - ▶ 4. la problématique du VU et du SU : Communiquer un solide
 - ▶ 5. Patrons : Boucher le trou
 - ▶ 6. Synthèses et idées forces
- ▶ **Les objets 2D : Concepts de // et perpendiculaire**
 - ▶ 1. La problématique du dessin
 - ▶ 2. Les concepts géométriques
 - ▶ 3. Place des figures planes

Les objets 3D

1. Les solides : introduction

Les programmes

Les programmes d'enseignement Cycle 1

- ▶ **Découvrir les formes et les grandeurs**
- ▶ En manipulant des objets variés, les enfants repèrent d'abord des propriétés simples (petit/grand ; lourd/léger). Progressivement, ils parviennent à distinguer plusieurs critères, à comparer et à classer selon la forme, la taille, la masse, la contenance.
- ▶ **compétences**
 - ▶ se situer dans l'espace et situer les objets par rapport à soi
 - ▶ se repérer dans l'espace d'une page ;
 - ▶ comprendre et utiliser à bon escient le vocabulaire du repérage et des relations dans le temps et dans l'espace.

Les programmes d'enseignement Cycle 2

- ▶ Les élèves enrichissent leurs connaissances en matière d'orientation et de repérage. Ils apprennent à reconnaître et à décrire des figures planes et des solides. [...] Ils utilisent un vocabulaire spécifique.
- ▶ **Compétences**
 - ▶ situer un objet par rapport à soi ou à un autre objet, donner sa position et décrire son déplacement ;
 - ▶ reconnaître, nommer et décrire les figures planes et les solides usuels ;

Les programmes d'enseignement Cycle 3

- ▶ L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure.
- ▶ **Compétences**
- ▶ Les solides usuels : cube, pavé droit, cylindre, prismes droits, pyramide.
 - ▶ reconnaissance de ces solides et étude de quelques patrons ;
 - ▶ vocabulaire spécifique relatif à ces solides : sommet, arête, face.
- ▶ **Compétences de fin de cycle**
 - ▶ reconnaître, décrire et nommer les figures et solides usuels

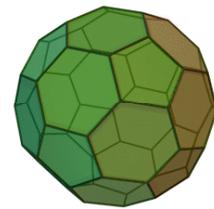
Pour l'enseignement

- ▶ **Deux champs**
 - ▶ Le repérage
 - ▶ Les objets 3D
- ▶ **Des questions**
 - ▶ Qu'est-ce que connaître un solide ?
 - ▶ Quelle place du vocabulaire ?

2. Qu'est-ce que connaître un solide ?

Au regard des programmes et de la problématique du spatial et du géométrique

Qu'est-ce que reconnaître un solide ?
Le nommer ?



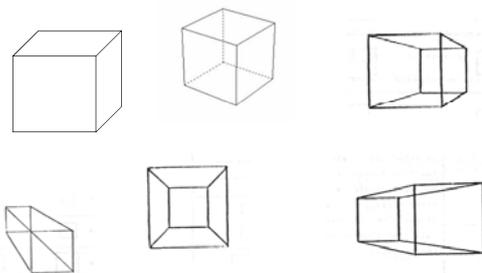
C'est un isocaèdre tronqué...
Ou ballon de foot

Qu'est-ce que reconnaître un solide ?
En reconnaître un dessin ?

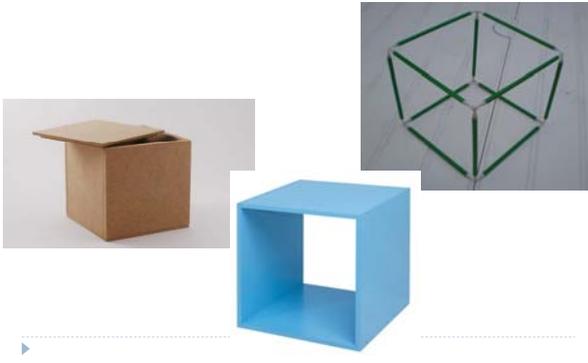


René Magritte

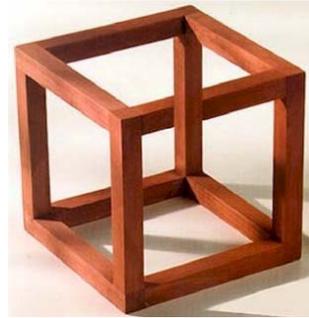
Quel dessin ? Ceci est-il un cube ?



Le reconnaître en vrai ? Ceci est-il un cube ?



Et celui-ci ?



Connaître ses propriétés ?

- ▶ le cube est un antidiamant d'ordre 3 à sommets réguliers et angles dièdres égaux.

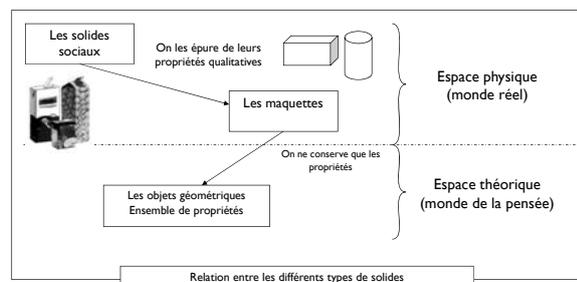
Ou encore...

- ▶ les cubes sont les seuls polyèdres dont toutes les faces sont carrées ;

Connaître ses propriétés ?

- ▶ Le cube est un des cinq solides de Platon. Un cube appartient à la famille des prismes droits. Il possède 8 sommets et 12 arêtes. De plus :
 - ▶ Deux arêtes ayant une extrémité commune sont orthogonales.
 - ▶ Les faces opposées sont parallèles. Les faces adjacentes sont perpendiculaires
 - ▶ Tous les angles dièdres sont droits.
 - ▶ Les diagonales s'intersectent en un unique point, le centre de symétrie du cube, l'isobarycentre des huit sommets.

Quelques précisions, concernant le 3D:



Du spatial...

Les objets spatiaux :

TOUT le contenu de l'espace sensible, en particulier:

- tous les objets sociaux et professionnels.
- mais beaucoup d'autres choses également... À voir!

▶ **Les relations spatiales :**

- la position et le repérage des objets entre eux (distances, repères, positions... etc.).
- l'association d'objets (et donc leur fabrication).
- Et bien d'autres choses encore... à voir!

...au géométrique

► **Les objets géométriques:**

Ce sont des objets théoriques (3D et/ou 2D), donc mentaux, donc idéaux (donc qui n'existent pas!).

→ Ils seront, à terme, parfois définis par un texte.

Par exemple: cube, tétraèdre, carré ; segments, rectangle, triangle.. etc.

→ Parfois non: points, droites,

► **Les relations géométriques** entre les objets idéaux:

→ parallélisme, perpendicularité,

→ appartenance, incidence, intersection, distance, etc....

Quand on demande à un élève de

- se déplacer,
- se repérer,
- construire les objets,
- de dessiner dans l'espace graphique... etc...

On met à l'épreuve ses connaissances spatiales.

- Donc la plupart des tâches demandées sont des tâches spatiales

Premier enjeu de l'apprentissage

- Aider les élèves à passer du spatial au géométrique
- Passer de la perception à la connaissance des solides par leurs propriétés
- Un moyen : les situations de communication.

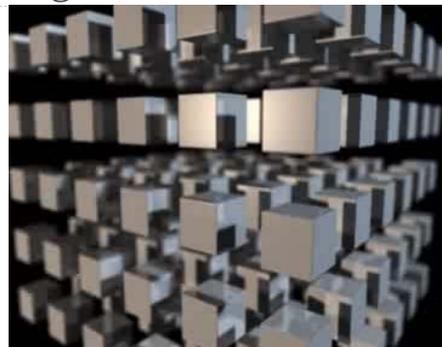
3. Connaître un solide par ses propriétés : Deviner un solide

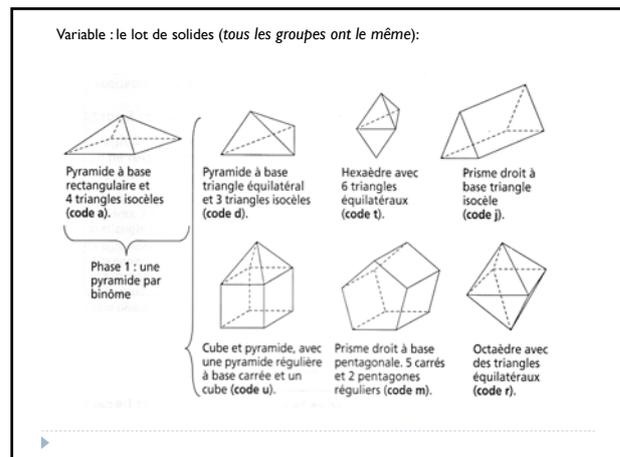
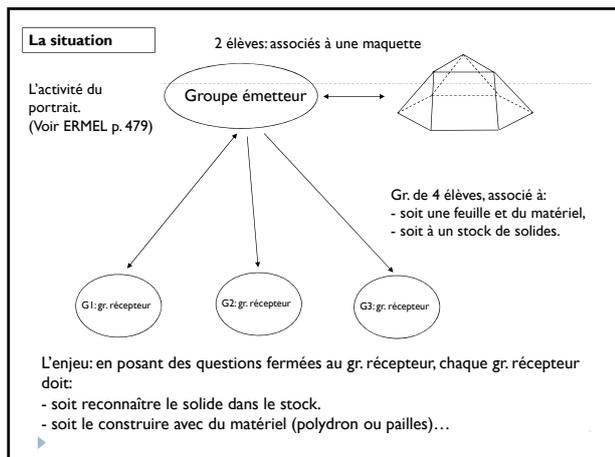
Un situation de communication

Un exemple de situation de communication

- **Consigne et phase de recherche**
 - Analyser les variables de la situation
- **Phase de questions**
 - Classer les questions des élèves
 - Identifier ce qui est en jeu dans les phases d'échanges
- **Vérification, validation, mise en commun**
 - Quelle est la trace écrite ?

Consigne et travail des élèves





Le vecteur de la communication

- ▶ ICI : Question fermées
- ▶ Dessin, questions ouvertes..
- ▶ Mimes, modelages

Communication



Les différents types de questions

- ▶ Méthaphores / vocabulaire usuel
 - ▶ ça ressemble à une maison
- ▶ Vocabulaire pseudo géométrique
 - ▶ C'est un losange
 - ▶ Est-ce qu'il a un sommet principal?
- ▶ Vocabulaire géométrique
 - ▶ Combien de faces ?
 - ▶ Au moins ? Exactement ? Plus de?

Validation mise en commun



Institutionnalisation

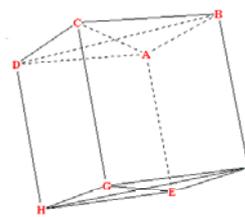
- ▶ Le langage non géométrique est disqualifié car non partagé et ne permettant pas de trouver de façon fiable (sauf sommet principal peut-être)
 - ▶ On connaît un polyèdre en connaissant :
 - ▶ Nombre de faces
 - ▶ Nature des faces
 - ▶ Nombre de sommets
 - ▶ Nombre d'arêtes
- Rq pour les étudiants : pour les polyèdres (sans trous) : formule d'Euler : $f-a+s=2$

Objectif de la situation:

- ▶ 1) Définir les propriétés géométriques des faces qui composent un solide.
- ▶ → utilisation du 2D pour le 3D et réciproquement
- ▶ 2) Déterminer les relations qui lient les différents composants d'un solide, ainsi que les propriétés numériques qui les déterminent (S, F, A).
- ▶ 3) Définir un vocabulaire spécifique désignant les propriétés géométriques d'un solide
- ▶ → le vocabulaire géométrique est la meilleure réponse au problème posé

4. la problématique du VU et du SU : Communiquer un solide

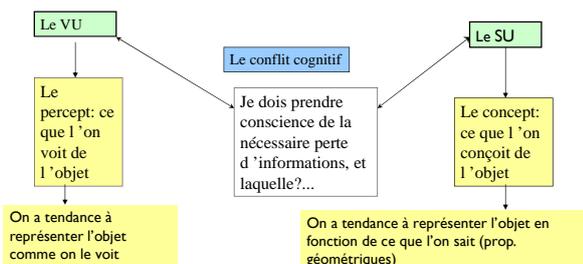
Une autre situation de communication



- ▶ ABCDEFGH est un cube
- ▶ Quelle(s) est(sont) l'(les) affirmation(s) vraie(s) ?
- ▶ a) ABFE, CDFG, ACGE et BDHF sont des carrés.
- ▶ b) $(AC) \perp (BD)$.
- ▶ c) $(AG) \perp (GE)$.
- ▶ d) $(AC) \parallel (GE)$.
- ▶ e) $(AE) \parallel (BF) \parallel (CG) \parallel (DH)$.
- ▶ f) $(CE) \perp (AG)$.
- ▶ g) $(AE) \perp (HG)$.

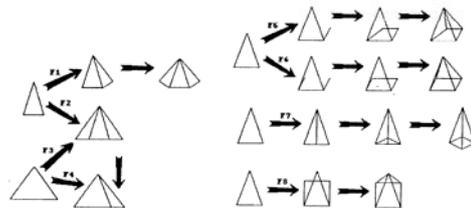
Les connaissances concernant les représentations des objets 3D (spatiaux et géométriques) sont particulièrement difficiles.

Nous nous appuyons sur les travaux de F. Colmez et B. Parzys qui proposent une analyse en fonction de deux pôles antagonistes: le « VU » et le « SU »:



Bernard Parzys et François Colmez (1993) ont étudié l'évolution de conflit du dessinateur entre le vu et le su. Ils ont proposé pour cela à des élèves des toutes les classes depuis le CE2 jusqu'à la 2nde de représenter sur une feuille de papier uni, la pyramide posée sur le bureau de leur professeur. La pyramide était « squelettique » puisque réalisée à l'aide de pailles, elle était régulière et à base carrée ce qui signifie que toutes les arêtes issues du sommet avaient la même longueur. Les élèves dessinent la pyramide...

En partant de la globalité ou d'une face :



En partant de la base :

Les représentations obtenues permettent aux auteurs de dégager trois types de productions graphiques :

- ▶ des productions où le su est insuffisant car le dessin ne rend pas compte de la tridimensionnalité, elles sont présentes au CE2 surtout ;
- ▶ des productions qui rendent compte du su de manière compatible avec le vu qui est premier, ces productions sont présentes du CM à la 3e ;
- ▶ des productions résultant d'une reconstruction mentale de l'objet, le vu est représenté de manière compatible avec le su qui est premier, elles apparaissent en classe de 3e.

Les évolutions du dessin de la pyramide et de ses propriétés au cours du temps: du CE2 à la 3ème.

catégorie	class	CE2	CM1	CM2	6E	5E	4E	3E	2E
1	XXXX	XX							
Divers	XX	XXX	XX						
2	XX	X							
3	XX	XXX	X	X	X				
5		X	X	XX					
6	X				X				
7		X			X				
8	XX	X	XX	XX	XX	X	X		
9	XX	XX	XXX	XXX	XX	XXX		X	
11			X		XX				
13		X	XXX	X		XX	XXX	X	
14		X	XX	XX	XX	XXX	XX		
18			X	XX	XX	XXX	XXX	XXX	
19							X		
20					X	XX	XX	XX	
21							X	XXXX	

La situation « communiquer le solide »

- ▶ Les élèves sont par binômes : A et A'; B et B'...
- ▶ Les binômes A, B, C,... ont un solide
- ▶ Les binômes A', B', C'...ont un autre solide
- ▶ Il faut faire un dessin pour que le groupe récepteur puisse retrouver le solide dans un lot (CE) / construire le solide avec du matériel (CM2)

Exemple de travaux d'élèves
Les faces et les patrons

Les dessins en 3D et les « vues »

Les parties cachées sont assumées

L'association de plusieurs représentations

Les situations, une progression:

- **Devinez le solide (CE2):** c'est une situation de communication, il s'agit de trouver un solide dans un lot.
- **Habiller le solide (CE2):** c'est trouver les bonnes faces d'un solide. C'est une situation de communication.
- **Construire un solide (CE2):** c'est encore une situation de communication, déterminer les bonnes faces dans un catalogue afin de construire un solide identique.
- **Représenter le solide 1 (CE2):** C'est dessiner un solide pour le reconnaître dans un lot.
- **Assemblons les faces (CM1):** C'est construire un solide à partir d'une représentation plane. Aborder la notion de patron.
- **Représenter un solide 2 (CM2):** C'est une situation de communication. Il s'agit de faire le schéma d'un solide afin qu'un autre puisse le construire avec un matériel donné.

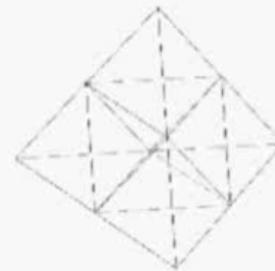
5. Patrons : Boucher le trou

Une situation d'action
 3000 des élèves à ma table
 Pour des élèves en communi

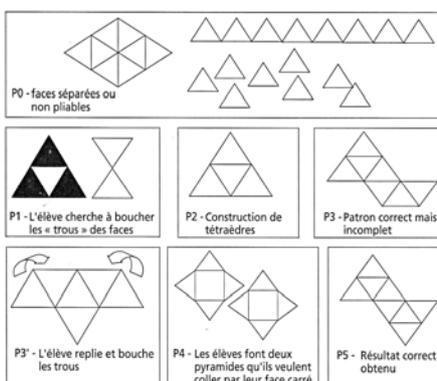
3D → 2D : le patron

- Situation « grand tétra »
- Consigne:
- Construire le grand tétraèdre en assemblant les bandes
- Dessiner « à main levée » le patron du solide qui manque au centre... boucher le trou.
- **Mise en commun : anticiper si le patron fonctionne.**
- Construction du patron et validation
 - Un élève peut alors soit tester son patron soit en changer en fonction de la mise en commun

Le GRAND tetra



Procédures et résultats d'élèves:



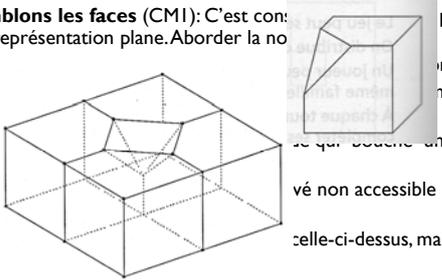
Procédure 1: faces séparées ou assemblages qui ne se plient pas.
Procédure 2: Ils « bouchent » les trous apparents seulement.
Procédure 3: ils construisent un tétraèdre.
Procédure 3': un patron d'octaèdre, mais oublie des faces.
Procédure 4: Ils forment 2 pyramides.
Procédure 5: Ils obtiennent un patron correct.

Spécificités de la situation

- Situation de synthèse autour du concept de patron
- Mise en commun préalable à la validation
- Utilisation du schéma pour augmenter les possibles et limiter le temps de construction

Les situations, une progression:

- ▶ **Assemblons les faces (CMI):** C'est con: d'une représentation plane. Aborder la no
- ▶ **Patro**
- ▶ **Cube** procéd
- ▶ **Boucl** le sch
- ▶ **Patro** direct
- ▶ **Boucl** « trou



partir
ins du cube
muniquer la
ce qui devient un trou. Faire
vé non accessible
celle-ci-dessus, mais le

Place des mises en commun

- ▶ **Les mises en commun de production** à visée de validation. Il s'agit d'examiner le résultat du travail de chacun pour en déterminer la validité
→ À utiliser quand la validation pratique est impossible
- ▶ **Les mises en commun des procédures à visée de validation.** Cette fois on examine les procédures des élèves, la validation pratique n'ayant pas eu lieu au préalable.
→ À faire avant la validation pratique, permet aux élèves de reprendre leur travail
- ▶ **Les mises en commun des procédures sans visée de validation.** Lorsque la validation pratique a eu lieu ou lorsqu'elle est évidente, l'enjeu de ce type de mise en commun est de repérer la pertinence, l'efficacité ou la généralité des procédures employées.
→ À utiliser s'il y a reprise de la situation

6.Synthèses et idées forces

Sur le 3D au cycle 3

choix didactiques:

Idées-forces au sujet du contenu:

- ▶ Les relations « numériques » servent de passage entre les objets spatiaux et les objets idéaux.
- ▶ Le vocabulaire n'est pas une priorité, mais un outil à la communication.
- ▶ La représentation n'est pas une priorité, mais il est possible de la mettre à l'œuvre dans des situations de communication.
- ▶ Les maquettes permettent la constructions « d'images mentales ».
- ▶ Le travail sur les patrons permet de proposer des problèmes intéressants (minima de papier).

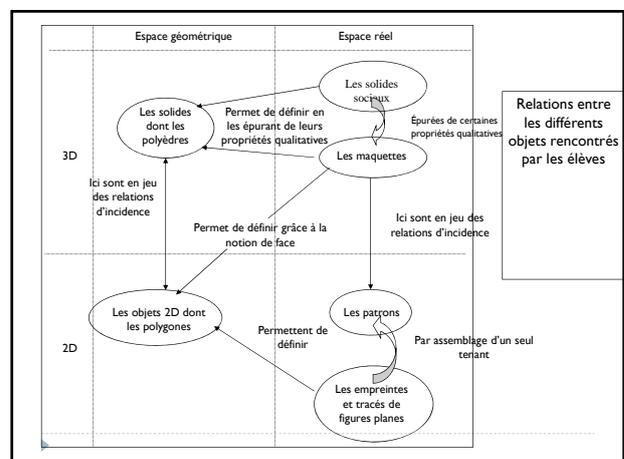
Idées-forces au sujet des situations:

- ▶ L'approche des concepts d'objets mathématiques en épurant les objets physiques de leurs propriétés qualitatives.
- ▶ Le travail sur les relations d'incidences et la notion de patron.
- ▶ Une approche de la représentation plane des objets 3D par la prise en charge du conflit entre le « VU » et le « SU ».

Tout ceci, en passant par la résolution de problèmes.

Trois types de situations:

- ▶ Des situations d'action pour résoudre **des problèmes spatiaux:** reproduction et construction de solides ou patron.
- ▶ Des situations de communication ou de description.
- ▶ Des problèmes ouverts (essais, conjectures, test, preuve) ...



Quelques éléments de synthèse sur les situations de communication

Le type des objets:	L'info: où se situe-t-elle?	Comment est-elle prise?	Vecteur de l'information:	Type de la production	Type de validation
3D: Espace sensible ou portion d'espace.	A disposition directe.	Par le palpation, ou on ne voit pas).	Mimer: gestuel, message spatial.	3D: Réaliser effectivement: modelage.	Thème: mise en scène
3D: Objets sociaux géométriques: C1/C2/C3	Non à disposition.	Par visualisation de l'objet ou de l'espace.	Communication orale: question ouverte	3D: Réaliser effectivement avec du matériel (paille, poly)	Représenter un site. Portrait
3D: les maquette solide C1/C2/C3	A disposition de l'enseignant seul.	Par visualisation directe du dessin.	Communication orale: question fermée	2D: Réaliser le dessin (filet ou patron)	
2D: Dessin instrumenté représentation perspective.C3		C'est quelqu'un qui prend l'info.	Communication écrite: description de l'objet (texte)	3D: Choisir dans un tournoi.	
2D: Dessin instrumenté d'objets 2D.C3			Communication graphique par un schéma	2D: Dessiner avec les instruments	
2D: Dessin à main levée (C3).				2D: dessiner à main levée	

Les objets 2D

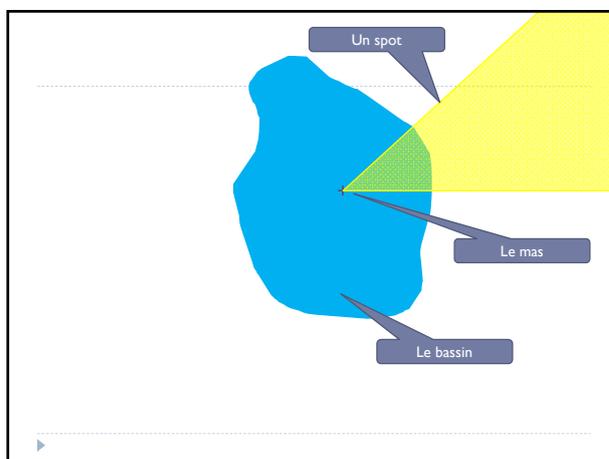
les concepts de parallèle et perpendiculaire

1. La problématique du dessin

Schéma, dessin, épure...

Place du dessin instrumenté

- ▶ Analyse des habiletés des élèves...
- ▶ La situation :
 - ▶ Vous avez un bassin
 - ▶ Il faut éclairer ce bassin avec des spots (lumineux).
 - ▶ Chaque coin de votre équerre représente un type de spot.
 - ▶ Quel type de spot permet d'éclairer complètement le bassin?



Analyse des habiletés des élèves



Ce qui fait obstacle dans la situation .

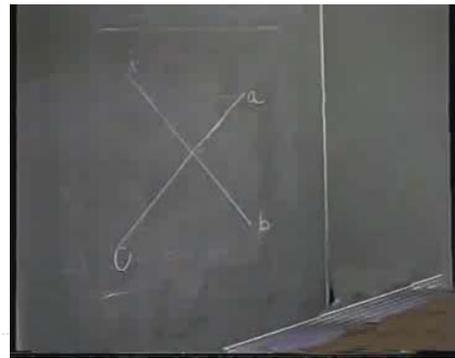


- ▶ Les difficultés de tracé empêchent d'obtenir certaines solutions
- ▶ L'instrument équerre fait obstacle au tracé (bout émoussé)
- ▶ La situation ne peut pas fonctionner...

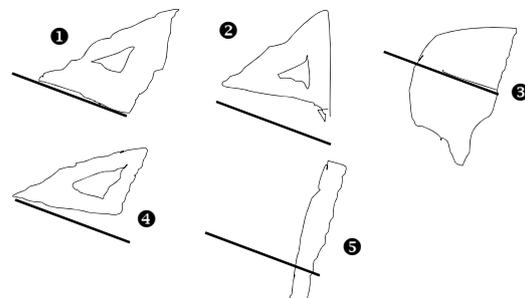
Compléter la croix

- ▶ Utilisation des instruments.
- ▶ Observer les procédures des élèves pour compléter la croix en partant d'un segment.
- ▶ (la vitesse de la vidéo est doublée par rapport à la réalité)

Compléter la croix

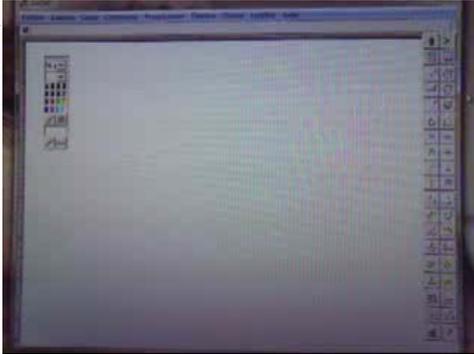


Qu'apporte la schématisation des procédures?



Il s'agit de se souvenir des procédures mises en œuvre dans la situation concernée... au tableau d'abord, ensuite dans le cahier mémoire.
Il faudra écrire une explication tout de même...

Les dessins dans l'espace informatique

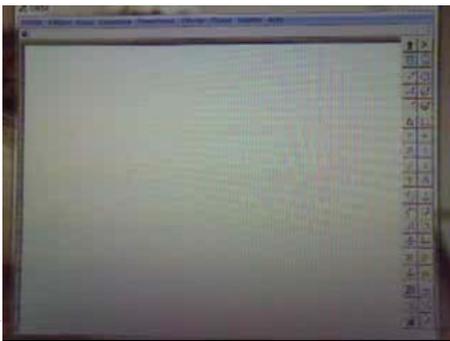


Logiciel gratuit Déclic : <http://emmanuel.ostenne.free.fr/declic/>

Spécificité de l'espace informatique

- ▶ Dans un logiciel de géométrie dynamique (Déclic, Cabri, Atelier de géométrie, géoplan) un rectangle est un rectangle s'il est **résistant** aux déplacements dans le LGD.
- ▶ Il faut donc construire le dessin en utilisant les **primitives** du logiciel

Un construction résistante



Le lien: référent – signifié - signifiant

Référent théorique :
objet théorique (ou idéal)
de la géométrie
euclidienne :

Un exemple : Le rectangle

Signifié : La **figure géométrique** : c'est justement le lien entre le référent et tous les dessins possibles. Lien que se construit le sujet au cours de son apprentissage...

Signifiant : Tous les **dessins** possibles, dans tous les espaces graphiques possibles (en particulier, l'écran d'ordinateur . Un dessin précis est aussi appelé **épure**



Dessin « à main levée »

Un cabri-rectangle

Le concept de perpendiculaire



- ▶ Horizontal par rapport à vertical (et vice versa)
- ▶ Coin du rectangle
- ▶ $\frac{1}{4}$ de l'angle plein
- ▶ Pli sur pli (symétrie)
- ▶ Plus courte distance point droite
- ▶ Pour résoudre ces problèmes l'élève dispose d'une boîte à outils comptant des règles grandes-petites, graduées ou non, équerres, papier calque, ficelle, téquerre, réquerre,...

2. Les concepts géométriques

Parallèle, perpendiculaire, symétrie...

Points forts, difficultés, obstacles et enjeux.

- 1) **Points d'appuis**: la verticalité et l'horizontalité dans l'espace physique ou l'espace graphique (relation spatiale entre deux objets spatiaux, par exemple 2 traits dans l'espace graphique).
- C'est une **référence obligée, mais également un obstacle...**

- ▶ **Passage à la relation géométrique**: cette relation se doit d'être reconnue comme un invariant dans une infinité de configurations spatiales et dans une « infinité » de contextes .
- ▶ Il doit également devenir un outil pour résoudre des problèmes spatiaux dans différents contextes.
- ▶ Il devra devenir, ensuite, un sujet d'étude en tant que concept géométrique ...

Une « infinité » de configurations:

Aspect : coin du rectangle
La feuille est découpée ainsi:
Un trait est effacé...

La feuille est découpée ainsi:
Un trait est effacé...

Mais attention: la partie 1 reste au tableau, vous n'aurez que la partie 2 à votre disposition et tous les instruments: « Vous devez reconstruire le trait qui manque afin de refaire le rectangle ».

Situation n°2 :

Les 3 parties sont montrées juxtaposées aux élèves, mais seule la partie 2 est disponible

Consigne: vous devez tracer le trait de telle façon que si l'on replace les 3 parties, côte à côte, les traits recomposent le rectangle original...

La relation de perpendicularité entre « traits » sera susceptible de se transformer en une relation géométrique (donc théorique) entre droites...

Aspect : pli sur pli

C'est un pli, fait de telle façon que le trait (A, B) se replie sur lui-même...

La feuille est découpée afin que l'élève ne puisse pas se repérer pour le tracé

Après avoir montré et fait réaliser sur une feuille le pli (pointé ensuite par un trait au feutre) et fait constater que le trait « coïncide avec lui-même » après le pliage sur ce pli, on donne une autre feuille sans pli, avec « l'interdiction momentanée » de plier.

Problème : avec les instruments (dans la « boîte à outils »), il s'agit de tracer un trait qui passe par B (puis C), de telle façon que si l'on plie la feuille sur ce trait le trait du départ « coïncide sur lui-même ».

La validation se fera par pliage

Aspect : plus courte distance

+

Comment faire pour aller chercher de l'eau par le plus court chemin

A blue diagonal line represents a river. A point is marked above it. A path is shown starting from the river, going perpendicular to it, then horizontally to the point, and finally perpendicular again to reach the point.

Aspect 1/4 de l'angle plein

Soit une feuille avec un point au milieu.

Il s'agit de placer sur le point, côte à côte, des « coins » afin de recouvrir toute la feuille.
et seulement ceux qui le permette « sans trou ni recouvrement »...

« coin » à 95° ... ça se ferme presque avec 4 « coins »!

The diagrams show a leaf with a central point. Various shapes (triangles, quadrilaterals) are placed around the point to cover the leaf. A specific arrangement of four 95-degree angles is highlighted.

Voici des exemples d'assemblages

Six fois 68°
Deux fois 75°, une fois 115°, une fois 95°
Deux fois 75°, une fois 115°, une fois 95°
Deux fois 95°, une fois 75°, une fois 85°
Une fois 115°

Problème: construire, au moyen des instruments de la « boîte à outils », des « coins » tels que l'assemblage de 4 de ces « coins » couvre la feuille exactement...

Validation: théorique et (seulement) ensuite pratique...

Situations	Description rapide	Objectifs	Objets et relations	Durée
1. Rectangle à terminer 1	On utilise, de façon implicite, la connaissance que les ébènes ont par la perception, de la relation de perpendicularité de deux côtés consécutifs d'un rectangle. Une partie d'un côté droit forme, à l'égard de l'autre le trait qui permet de compléter le « coin ». Le rectangle, la problématique est qualifiée, il est résolu par des procédures d'appui sur la perception.	- Utiliser la connaissance du rectangle en tant qu'état global pour identifier l'angle droit en relation avec ses voisins. - Introduire une terminologie adaptée : « angle droit ». - Faire percevoir (sans l'indiquer) que à chaque sommet d'un rectangle se trouvent un angle droit.	Angle droit Perpendicularité (sans la nommer) Deux côtés consécutifs d'un rectangle	2 séances
2. Quatre droits pour un trou	Une forme est donnée, l'élève doit la recouvrir entièrement, sans superposition, en juxtaposant des coins dont les sommets sont placés sur un point au centre de la forme. La problématique consiste à construire le coin qui, reporté 4 fois, permet de recouvrir la forme entièrement.	- Percevoir que dans différentes représentations d'un même angle, seule l'ouverture est essentielle et non la longueur des traits ou la couleur. - Envisager un angle droit comme angle qui divise tout les quart de l'angle droit. - Construire un angle droit. - Trouver des éléments de vocabulaire : angle, report, « trou ».	Angle Égalité d'angles, comparaison d'angles Angle droit	4 séances
3. Trait sur trait	L'élève doit envisager la position de 2 points pour un point en permettant d'amener un trait sur un trait. L'angle droit apparaît dans un contexte de perpendicularité de droites. Il ne s'agit pas d'introduire la terminologie correspondante et aucune situation d'actualisation de la perpendicularité n'est prévue.	- Identifier la nécessité d'un angle droit entre le trait et les droites qui croisent un même trait sur trait. - Regarder les angles droits dans cette configuration et constater que chaque intersection de traits « partage » quatre angles droits.	Angle droit Perpendicularité (sans la nommer) Deux traits dans un même trait sur trait	2 séances
4. Construire un angle droit	Cette situation permet d'institutionnaliser à la fois le langage et la manipulation des différents instruments associés au concept d'angle droit approchés au cours des situations précédentes.	- Établir le lien entre les différentes significations de l'angle droit par une situation de construction et identifier l'angle droit dans différentes configurations. - Savoir utiliser correctement chacun des instruments : équerre, compas, règle, double pliage pour construire un angle droit. - Utiliser à bon escient l'expression « angle droit ».	Angle droit	1 séance
5. C'est d'équerre	Deux problèmes de reconnaissance qui peuvent s'élaborer en CE2 après les quatre situations précédentes ou en CM1 pour entrer dans le thème « Perpendicularité ».	- Utiliser les instruments relatifs à l'angle droit à bon escient. - Se constituer un champ d'expériences graphique résolvant la familiarité d'un des outils utilisés. - Percevoir l'efficacité du matériel proposé pour identifier des relations de perpendicularité ou construire des droites perpendiculaires.	Angle droit Angle « presque droit »	Activité d'emplacement
6. Rectangle à terminer 2	Dans le même contexte que « Rectangle à terminer 1 », mais cette fois le côté de l'angle droit à construire n'a plus d'extrémité commune avec le côté fourni.	- Aborder la relation de perpendicularité entre droites libres, uniquement en construction et un angle droit à partir de segments (traits) d'égale part d'extrémité commune. - Renforcer la nécessité de recourir à l'instrument pour construire deux segments perpendiculaires et valider s'ils le sont effectivement. - Introduire la terminologie « droites perpendiculaires ».	Angle droit Segments perpendiculaires	2 séances

Progression et objectifs des situations sur le concept d'angle et le concept de perpendicularité

Parallélisme : aspects du concept

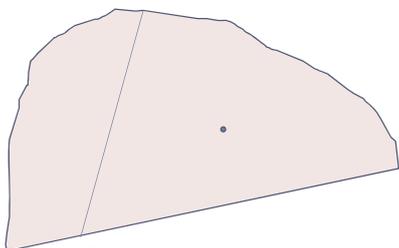
Les points sont similaires. Voici quelques configurations (dans l'espace graphique... ou physique, pour certaines):

Translation de l'une vers l'autre.
Écart constant
Droites qui ne se coupent jamais
Considération strictement théorique.
Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles.
Les côtés opposés dans un rectangle, sont parallèles.

Aspect penché pareil : le matériel

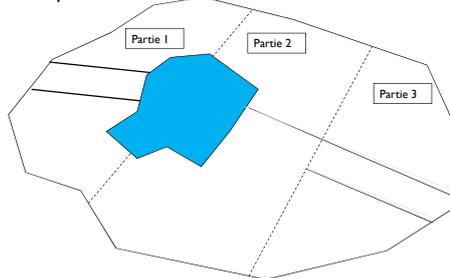
Une feuille avec un trait oblique et un point
Un calque qui coulisse sur le bord droit avec le même trait oblique

Aspect penché pareil : la tâche



Problème : dessiner le trait qui passe par le point et qui est « penché pareil » que le trait existant. La validation se fera avec le calque coulissant

Aspect écart constant



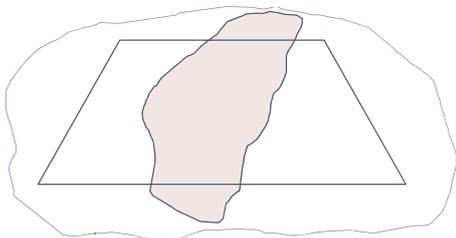
Un camion laisse des traces dans le sable sur la partie 1, il traverse la marre, passe dans la partie 2, et dans la partie 3. Mais, dans la partie 2, le vent a effacé une trace.. On retrouve les deux traces dans la partie 3.

On donne seulement la partie 2 aux élèves, la partie 1 est posée dans un endroit éloigné de la classe, la partie 3 est cachée et servira, plus tard, à valider.

Problème : Les élèves doivent re-tracer (avec les outils appropriés de la « boîte à outils ») la trace des roues de droite, exactement sur la partie 2 en allant chercher les informations nécessaires sur la partie 1.

Aspect : côtés d'un trapèze

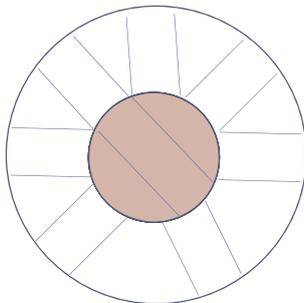
► Sur le même modèle que rectangle à terminer : trapèze à terminer...



Situations	Description rapide	Objets	Objets et relations	Durée
1. Les boîtes qui coulissent	Il s'agit d'une situation d'approche du concept de parallélisme. L'élève doit construire une droite parallèle à une droite donnée. Le problème peut être un problème spatial. L'élève va le résoudre de manière perceptuelle, en utilisant le dispositif matériel, pour anticiper le résultat d'un mouvement de translation. La connaissance du vocabulaire de registre géométrique (droites parallèles, angle...), n'est pas un pré-requis.	- Écrire la relation entre une action « le glissement sans tourner d'un trait droit » et le trait d'une droite parallèle au trait donné. - Fabriquer un jeu de deux parallèles (« penchées pareil »).	Sets parallèles	2 séances
2. Réguler à terminer	Cette situation s'appuie sur les connaissances implicites des élèves sur le parallélisme des côtés opposés d'un trapèze (angle, bissectrice, etc.). Il s'agit de compléter un trapèze à partir de données géométriques (angle, bissectrice, etc.). Il ne s'agit pas de pré-requis.	- Identifier le parallélisme de deux des côtés d'une forme fermée. - Percuter l'efficacité des procédures au jeu en utilisant un glissement. - Introduire le mot « parallèle ».	Séquences parallèles Trapèze	1 séance
3. Sur la trace des roues	Cette situation mobilise une autre application du « parallélisme » : l'écart constant entre deux droites. Le contexte des traces des roues d'un camion permet d'approcher une technique de tracé de parallélisme.	- Identifier perceptivement deux droites parallèles et associer cette relation de parallélisme à un écart constant. - Faire apparaître l'écart constant entre deux droites, associé à la perpendiculaire, comme un outil pour reconnaître deux droites parallèles. - Faire apparaître l'écart constant entre deux droites, associé à la perpendiculaire, comme un outil pour tracer une droite parallèle à une autre.		1 séance
4. Parapente	Les élèves ont à reconnaître un jeu de deux droites parallèles à partir de l'une d'entre elles. Le niveau se répartit sur les deux ou trois parties d'un puzzle. Les informations nécessaires sont disponibles sur une partie du puzzle, utile à compléter dans les premières phases pour mise à distance.	- Identifier perceptivement la relation de parallélisme comme caractéristique d'un jeu de droites. - Faire apparaître les boîtes d'un jeu de deux parallèles au jeu, selon une procédure visuelle de glissement sans tourner ou une procédure relevant de l'écart constant entre deux droites. - Expliciter des procédures de tracé de droites parallèles. - Approcher la caractéristique « droites perpendiculaires à une même droite » d'une famille de droites parallèles.	Rectangle Perpendiculaire Parallélisme Égalité de longueurs	1 séance

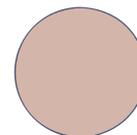
Progression et objectifs des situations sur le concept de parallélisme

Situation de synthèse : rotonde fonctionnement de la rotonde



La tâche

► Dessiner les rails sur le disque central de la rotonde (le centre est donné)



Situation de synthèse : communiquer un dessin

Figures pour le groupe 1		Figures pour le groupe 2	
Figure 1		Figure 4	
Figure 2		Figure 5	
Figure 3		Figure 6	

Faire un message pour communiquer ces différentes figures

Pour que le groupe récepteur la retrouve parmi ce lot

Situations de synthèses et problèmes ouverts

- ▶ Est-il possible de construire un triangle avec 1 angle droit?
- ▶ Est-il possible de construire un triangle avec 2 angles droits ?
- ▶ Est-il possible de construire un quadrilatère avec deux angles droits ?
- ▶ Est-il possible de construire un quadrilatère avec trois angles droits ?

Triangle à 2 angles droits?

Non, parce que si on ne pourra pas rejoindre le troisième point.

le troisième point.

les deux angles droits.

Non, car si il a 2 angles droits, il aura plus de 3 côtés. Donc ce ne sera pas un triangle, parce qu'un triangle doit avoir 3 côtés.

Un triangle:

Une figure à 2 angles droits:

Non, il ne peut pas y avoir un triangle à 2 angles droit car le triangle a deux côtés qui se rejoignent mais on fait 2 angles droits dans un coin, ce sont forcément parallèles.

Quadrilatère à 2 angles droits?

Est-il un quadrilatère à deux angles droits? Car tant qu'il a deux quatre côtés car un quadrilatère n'en a que 4. 3-5...

Oui, ça existe, il suffit juste de faire un rectangle.

Quadrilatère à 3 angles droits?

Si on n'est pas possible car si il y a trois angles droits, ça sera forcément un rectangle.

Non, impossible. Parce que si il y a 2 droites parallèles, une autre perpendiculaire aux deux droites alors on va rejoindre par un autre segment et ça fera 4 angles droits et non 3.

Non, il y aurait 5 côtés. Il y aurait 4 angles droits. Il faudrait qu'il y ait 2 droites parallèles et aussi deux droites parallèles.

Situations	Description rapide	Objectifs	Objets et relations	Durée
1. Construire un rectangle	Les élèves doivent construire un rectangle à partir de certains de ses éléments. Aucune dimension n'est donnée de façon à contourner les élèves sur les propriétés géométriques, que ce soit pour le tracé ou dans les phases de validation.	- Expliquer des propriétés du rectangle. - Utiliser la technique du double pliage dans une tâche complexe. - Utiliser le compas comme instrument de report de longueur. - Mettre en œuvre différents protocoles de construction du rectangle.	Rectangle Perpendiculaire Parallélisme Égalité de longueurs	2 séances
2. En partant de la rectangle	Dans une première phase, l'élève doit résoudre un problème à partir de la donnée d'un rectangle représenté par un plan. Ensuite, les élèves doivent résoudre un problème de géométrie en utilisant les propriétés géométriques. Dans le second phase, il s'agit pour l'élève d'être des spectateurs de leur construction et de leur sans trop de difficultés les triangles et quadrilatères.	- Identifier géométriquement la relation de parallélisme comme « caractéristique » de géométrie des droites. - Construire deux segments parallèles dont l'écart est déterminé par la distance de chaque à un point fixe. - Expliquer notamment des propriétés caractéristiques, en termes géométriques conventionnels. - Écrire un texte géométrique « correspondant à un protocole final ». - Évaluer un tracé donné par une suite d'instructions.	Cercle, cercle, écart, points, rayon Parallélisme Distance d'un point à une droite	3 séances
3. Un polygone et ses angles	Les élèves doivent reconnaître certains figures triangles et quadrilatères par leur nature, les dimensions de leur côtés et leurs angles. Cette situation suppose comme préalable que les élèves savent reconnaître et décrire sans trop de difficultés les triangles et quadrilatères.	- Savoir que la somme des longueurs des côtés ne suffit pas toujours à déterminer un polygone. - Passer de la donnée de ses côtés à l'utilisation des angles pour reconnaître un polygone.	Angles Triangles, quadrilatères	2 séances
4. Triangles, quadrilatères et angles droits	Cette situation est bâtie autour de deux problèmes simples dans leur essence : - Est-il possible de construire un triangle à deux angles droits ? - Est-il possible de construire un quadrilatère à trois angles droits ? Leur résolution nécessite une argumentation fondée soit sur des propriétés, soit sur des schémas.	- Résoudre un problème d'existence. - Faire produire des arguments sous forme de schémas pour justifier une non-existence. - Faire produire des arguments sous forme de schémas en acte ou relation à des triangles (deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles) ou à des distances (deux droites sont parallèles si elles ne se croisent pas).	Angle droit Parallélisme Triangles, quadrilatères	2 séances
5. Bords de bandes	Il s'agit d'un ensemble de problèmes autour de la question de la distance d'un point à une droite. Il s'agit d'appréhender cette question au CM2 dans la perspective du collège, sans avoir aucune véritable institutionnalisation.	- Préciser que les points situés à une distance donnée d'une droite sont situés sur deux droites parallèles à la droite donnée, symétriques par rapport à celle-ci. - Approcher la distance d'un point à une droite. - Approcher la construction de parallèles par droite perpendiculaire.	Distance d'un point à une droite Deux parallèles	2 séances

Progression et objectifs des situations de synthèse

3. Place des figures planes

Un problème ouvert et une situation de synthèse

Tous les quadrilatères: une situation de synthèse

Durée	Modalités de travail	tâche	enjeu
5'	Individuel Feuille blanche	Dessiner tous les quadrilatères différents que tu peux à main levée	Faire émerger les représentations et augmenter le nombre de productions
15'	Groupe de 4	Sur une feuille, dessiner à main levée tous les quadrilatères différents que le groupe a trouvés	Éliminer les « monstres ». Régler les problèmes de tailles et d'orientation par des arguments collectifs
20'	Mise en commun	Chaque groupe, un par un vient dessiner au tableau un quadrilatère qui n'y est pas déjà	Permettre à tous les groupes de contribuer au travail collectif en évitant le jugement du travail de chaque groupe
10'	Synthèse collective	Rédaction d'une affiche pour la classe	Qu'est-ce que ce travail nous apprend ?

Évacuer le problème de la taille

- Des élèves dessinent beaucoup de carrés ... puis s'arrêtent... on n'y arrivera jamais...
- Arguments des autres : *c'est la même forme, grande ou petite c'est comme la couleur. Si tu en es là, un carré rouge et un carré bleu c'est pas le même alors tu vois ça peut pas aller, il faut faire un seul carré et puis des « pas carrés ».*



Le travail d'une classe (22 élèves)

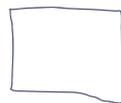
Figures correctes	quantité
Carré	22
Rectangle	22
Losange	20
Trapèze isocèle	9
Trapèze rectangle	10
Quadrilatère à deux angles droits	1
Quadrilatères 1 angle droit	1
Chevron avec un angle droit	2
Chevron isocèle	6
Chevron quelconque	3
Quadrilatère quelconque	2
parallélogramme	2
Cerf-volant	1
Figures non correctes	
Étoile 4 branches	2
Trapèzes redondants	4
Chevrons redondants	1
Forme arrondie	2
Triangles	4
Figure ouverte	1
Beaucoup plus de 4 côtés	3

Le travail des groupes

Ce qui reste au tableau

Fiche	1	2	3	4	5	6	Bilan
Carré	X	X	X	X	X	X	X
Rectangle	X	X	X	X	X	X	X
Losange	X	X	X	X	X	X	X
Trapèze rectangle	X	X	X		X		X
Trapèze isocèle	X	X	X	X	X	X	X
Trapèze quelconque	X			X	X		
Quadrilatère avec un angle droit	X				X	X	X
Quadrilatère quelconque				X			
Cerf-volant		X					X
parallélogramme		X			X		X
Chevron avec un angle droit		X			X		
Chevron isocèle avec un angle droit			X				X
Chevron isocèle				X	X	X	X
Non correctes							
Figure avec des courbes	X						
Redondance des trapèzes	X	X					
Redondance chevron isocèle				X			

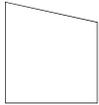
Échanges lors de la mise en commun : le codage



- Un nouveau dessin ressemble beaucoup à un dessin déjà présent (premier avec le second)
- L'élève qui vient de dessiner dit alors « oui mais nous il n'y a pas d'angles droits là et là (où il a les flèches) c'est donc pas le même »
- L'enseignante « comment expliquer aux autres sur le dessin ce que vous avez voulu dessiner ? »
- Les élèves décident :
 - De mettre de la même couleur les côtés parallèles.
 - De mettre des mesures fictives pour coter la figure et montrer les côtés de même mesure.
 - De coder les angles droits par le codage usuel.

Mise en commun : les propriétés

Les élèves débattent sur le fait que les deux trapèzes ci-contre sont identiques ou non :



- c'est le même parce qu'il y a deux angles droits et deux côtés parallèles
- oui mais là c'est banal et là c'est pas banal
- c'est pas le même parce que même si on le tourne c'est pas le même
- Un élève propose de découper.
- il y en a un qui vient plus du carré et l'autre qui vient plus du losange
- c'est pas la taille qui est important celui-là (le second) il suffit de l'étendre et de le retourner et c'est le même.
- Oui mais alors si tu étends le carré tu as un rectangle c'est bien pas pareil ...
- Oui mais là t'as pas de côtés égaux...et là non plus alors que sur le carré t'as tous les côtés égaux.

Les élèves finissent par conclure que « c'est plus simple de regarder les propriétés »

Lors du bilan les élèves restent sans exception sur les propriétés et non plus sur les aspects perceptifs ou liés à l'orientation.

Conclusion de cette situation



- ▶ **Il faut distinguer enjeu de la situation et tâche de l'élève:**
 - ▶ L'enjeu est de se rendre compte que les figures géométriques sont définies par leurs propriétés géométriques
 - ▶ La tâche est de trouver tous les quadrilatères possibles (donc ce n'est pas grave si on ne les trouve pas tous)
- ▶ **La mise en commun doit permettre à tous de s'exprimer: il faut donc bien réfléchir aux modalités**